

CONTROL SATURADO PARA ROBOTS MANIPULADORES CON ESTABILIDAD ASINTÓTICA GLOBAL

Juan Carlos Sernaque-Julca^a, Emanuel Ortiz-Ortiz^a, Fernando Reyes-Cortés^a,
Pablo Sánchez-Sánchez^a, Basil M. Al-Hadithi^b.

Benemérita Universidad Autónoma de Puebla^a, Universidad Politécnica de Madrid^b.

Maestría en Ciencias de la Electrónica, Opción en Automatización Facultad de Ciencias de la Electrónica^a,
Departamento de Ingeniería Eléctrica, Electrónica, Automática y Física Aplicada,

Escuela Superior de Ingeniería y Diseño Industrial^b,
Prolongación 24 Sur, Ciudad Universitaria, C.P. 72570, Puebla, Pue, México.

Tel. (222)2295500 ext 7410.

e-mail: juan.sernaque@alumno.buap.mx

RESUMEN.

En el presente trabajo se propone y evalúa el desempeño de un nuevo algoritmo de control de posición pura para robots manipuladores. Se sigue la técnica de moldeo de energía para el diseño de la propuesta realizada. Se presenta el análisis de existencia y unicidad del punto de equilibrio de la ecuación en lazo cerrado conformada por el modelo dinámico del robot y el algoritmo de control. También se demuestra estabilidad asintótica y global por medio de una función estricta de Lyapunov. Finalmente se evalúa el desempeño de la nueva propuesta en un caso particular y se incluyen los resultados de simulación.

Palabras Clave: robots manipuladores, control de posición, estabilidad de Lyapunov.

ABSTRACT.

In this paper, the performance of a new position control algorithm for robot manipulators is proposed and evaluated. The energy molding technique is followed for the design of the submitted proposal. The existence and uniqueness's analysis of the equilibrium point of the closed-loop equation formed by the dynamic model of the robot and the control algorithm is performed. Asymptotic and global stability is also demonstrated by means of a strict Lyapunov function. Finally, the performance of the new proposal in a particular case is evaluated and the simulation results are included.

Keywords: manipulator robots, position control, Lyapunov stability.

1. INTRODUCCIÓN

Los robots manipuladores se han vuelto indispensables hoy en día, su uso va desde las aplicaciones tradicionales de tomar y trasladar objetos hasta aplicaciones espaciales o en medicina. Estas aplicaciones requieren de un alto rendimiento en el control del robot manipulador, ya que esto garantiza que la precisión y la productividad aumenten, siendo este uno de los objetivos de todo fabricante [1].

El diseño de algoritmos control con alto rendimiento para robots manipuladores es un área de investigación que está en constante crecimiento y sigue siendo un problema abierto [2].

Diversos autores utilizan la técnica de moldeo de energía para este propósito [3, 4]. El algoritmo de control proporcional-derivado (PD) es uno de los reguladores más simples y además garantiza globalmente el objetivo de regulación [5].

Recientemente, se han propuesto una serie de reguladores con distintos enfoques. Por ejemplo, en [6] se propone un método adaptable PID con lógica difusa. En [7] se presenta el diseño y análisis de estabilidad de un control adaptativo para un robot manipulador de 4 grados de libertad (GDL). En [8] es presentado un compensador robusto de zona muerta con red neuronal adaptable de seguimiento para robots manipuladores industriales y en [2] se propone una familia de esquemas de control tipo hiperbólico con estabilidad asintótica global.

Un número amplio de publicaciones utiliza redes neuronales, lógica difusa, control adaptable, entre otros enfoques. Sin embargo, el análisis de estabilidad a veces queda relajado. El objetivo de este trabajo es probar formalmente la estabilidad asintótica y global de la ecuación en lazo cerrado, lo cual se logra mediante la técnica de moldeo de energía y una función estricta de Lyapunov.

Este trabajo se organiza de la siguiente manera. En la sección 2 se estudia la dinámica del robot manipulador y sus propiedades. En la sección 3 se presenta un nuevo algoritmo de control saturado y su respectivo análisis de estabilidad asintótica y global, el cual constituye nuestro principal aporte. En la sección 4 se incluyen los resultados de simulación.

2. MODELO DINÁMICO DEL ROBOT

El modelo dinámico de un robot manipulador de n grados de libertad, formado con eslabones rígidos conectados por articulaciones libres de elasticidad en cadena cinemática abierta se define como [9, 10]:

$$\tau = M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + f_f(\dot{q}) + g(q) \quad (1)$$

donde $q, \dot{q}, \ddot{q} \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ es el vector de posición, velocidad y aceleración en coordenadas articulares, respectivamente

$\mathbf{M}(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ es la matriz de inercia, la cual es cuadrada, simétrica y definida positiva; $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ es la matriz de Coriolis y fuerzas centrípetas; $\mathbf{g}(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ es el par gravitacional; $\mathbf{f}_f(\dot{\mathbf{q}}) \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ es el vector de pares de fricción presente en cada articulación del robot.

Para fines de análisis y simulación sólo son considerados los efectos de la fricción viscosa; por lo tanto, $\mathbf{f}_f(\dot{\mathbf{q}}) = \mathbf{B}\dot{\mathbf{q}}$; donde $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ es una matriz diagonal de coeficientes de fricción viscosa.

El modelo dinámico del robot manipulador cumple con las siguientes propiedades:

Propiedad 1: La matriz $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ está relacionada con la matriz de inercia $\mathbf{M}(\mathbf{q})$ por la expresión:

$$\mathbf{x}^T \left[\frac{1}{2} \dot{\mathbf{M}}(\mathbf{q}) - \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \right] \mathbf{x} = \mathbf{0} \quad \forall \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \mathbf{x} \in \mathbb{R}^{n \times 1} \quad (2)$$

donde $\frac{1}{2} \dot{\mathbf{M}}(\mathbf{q}) - \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ es una matriz antisimétrica.

Propiedad 2: La derivada de la matriz de inercia $\dot{\mathbf{M}}(\mathbf{q})$ es una matriz simétrica y satisface:

$$\dot{\mathbf{M}}(\mathbf{q}) = \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})^T + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \in \mathbb{R}^{n \times n} \quad (3)$$

Propiedad 3: Para el caso de robots provistos únicamente de articulaciones rotacionales, existe una constante $k_{c_1} > 0$, tal que:

$$\|\mathbf{C}(\mathbf{q}, \mathbf{x})\mathbf{y}\| \leq k_{c_1} \|\mathbf{x}\| \|\mathbf{y}\| \quad (4)$$

para todo $\mathbf{q}, \mathbf{x}, \mathbf{y} \in \mathbb{R}^n$.

Propiedad 4: Para el caso de robots provistos únicamente de articulaciones rotacionales, existe una constante $\beta > 0$, tal que:

$$\lambda_{\max}\{\mathbf{M}(\mathbf{q})\} \geq \beta \quad \forall \mathbf{q} \in \mathbb{R}^{n \times 1} \quad (5)$$

Propiedad 5: Si $\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{0}$, entonces la matriz de fuerzas centrípetas y de coriolis $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ satisface que $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \mathbf{0} \in \mathbb{R}^{n \times n} \quad \forall \dot{\mathbf{q}} \in \mathbb{R}^{n \times 1}$.

3. ALGORITMO DE CONTROL DE POSICIÓN.

El problema de control de posición también se conoce como regulación: consiste en mover el extremo final del robot manipulador independientemente de su posición inicial $\mathbf{q}(0) \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ hacia una posición deseada constante $\mathbf{q}_d \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ [10]. En este trabajo se propone el siguiente esquema de control:

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{K}_p \mathbf{f}_p(\tilde{\mathbf{q}}) - \mathbf{K}_v \mathbf{f}_v(\dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{g}(\mathbf{q}) \quad (6)$$

donde, \mathbf{K}_p y $\mathbf{K}_v \in \mathbb{R}^{n \times n}$ son matrices diagonales definidas positivas de las ganancias proporcional y derivativa

respectivamente; los vectores asociados a la acción de control proporcional $\mathbf{f}_p(\tilde{\mathbf{q}})$ y derivativa $\mathbf{f}_v(\dot{\mathbf{q}})$ están conformados por componentes hiperbólicos y se definen como:

$$\mathbf{f}_p(\tilde{\mathbf{q}}) = \left[\frac{\cosh^{2m}(\alpha_1 \tilde{\mathbf{q}}) \sinh^{2m}(\alpha_1 \tilde{\mathbf{q}})}{\cosh^{2m}(\alpha_1 \tilde{\mathbf{q}}) \sinh^{2m}(\alpha_1 \tilde{\mathbf{q}}) + 1} \right] \times [\coth(\alpha_1 \tilde{\mathbf{q}}) + \tanh(\alpha_1 \tilde{\mathbf{q}})] \quad (7)$$

$$\mathbf{f}_v(\dot{\mathbf{q}}) = \left[\frac{\cosh^{2m}(\alpha_2 \dot{\mathbf{q}}) \sinh^{2m}(\alpha_2 \dot{\mathbf{q}})}{\cosh^{2m}(\alpha_2 \dot{\mathbf{q}}) \sinh^{2m}(\alpha_2 \dot{\mathbf{q}}) + 1} \right] \times [\coth(\alpha_2 \dot{\mathbf{q}}) + \tanh(\alpha_2 \dot{\mathbf{q}})] \quad (8)$$

donde $m \in \mathbb{N}$ es un número entero positivo, α_1 y $\alpha_2 \in \mathbb{R}_+$ son parámetros del algoritmo de control. Es importante observar que se cumple la siguiente propiedad:

Propiedad 6: Para los vectores $\mathbf{f}_p(\tilde{\mathbf{q}})$ y $\mathbf{f}_v(\dot{\mathbf{q}}) \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ existen las constantes $\gamma_p > 0$ y $\gamma_v > 0$; tal que, se cumplen las siguientes desigualdades:

$$\|\mathbf{f}_p(\tilde{\mathbf{q}})\| < \begin{cases} \gamma_p \sqrt{n} \\ \gamma_p \sqrt{n} \|\tilde{\mathbf{q}}\| \end{cases} \quad (9)$$

$$\|\mathbf{f}_v(\dot{\mathbf{q}})\| < \begin{cases} \gamma_v \sqrt{n} \\ \gamma_v \sqrt{n} \|\dot{\mathbf{q}}\| \end{cases} \quad (10)$$

Luego (6), (7) y (8) en conjunto conforman una familia de controladores saturados cuya respuesta se muestra en las Figuras 1 y 2.

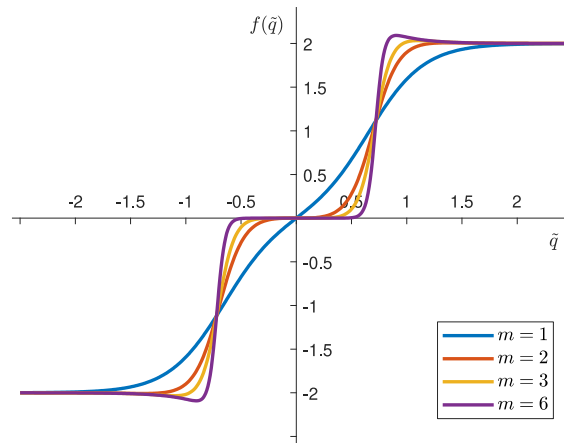


Figura 1. Familia de funciones hiperbólicas saturadas $f_p(\tilde{\mathbf{q}})$ para $\alpha_1 = 1$

En la Figura 1 se observa la respuesta de la acción de control $f_p(\tilde{\mathbf{q}})$ en función de distintos valores de m . Tenga en cuenta que para valores de $m > 1$ existe una zona al rededor del

origen donde la respuesta de la acción de control es casi nula. Recomendamos usar valores de $m = 1$ para fines de control.

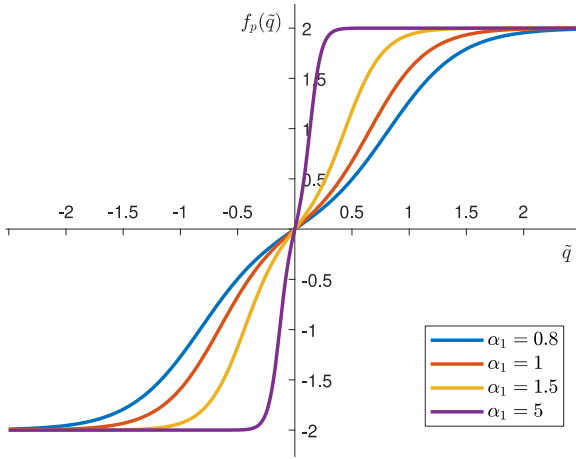


Figura 2 Familia de funciones hiperbólicas saturadas $f_p(\tilde{q})$ para $m = 1$

En la Figura 2 se observa la respuesta de la acción de control $f_p(\tilde{q})$ en función de distintos valores de α_1 . Tenga en cuenta que aumenta la sensibilidad de la acción de control conforme el valor numérico de α_1 aumenta. La selección adecuada del parámetro α_1 dependerá de cada aplicación.

Tenga en cuenta que la función $f_p(\tilde{q})$ va de $[-2, 2]$ en el eje y del plano cartesiano por lo que se debe dividir la ganancia $V(\tilde{q}, \dot{q}) = \frac{1}{2} \left[\dot{q} - \frac{\epsilon_0 [\zeta(\alpha_1, \tilde{q})]}{m\alpha_1(1 + \|\tilde{q}\|)} \right]^T M(q) \left[\dot{q} - \frac{\epsilon_0 [\zeta(\alpha_1, \tilde{q})]}{m\alpha_1(1 + \|\tilde{q}\|)} \right] - \frac{1}{2m\alpha_1} [\zeta(\alpha_1, \tilde{q})]^T \left[K_p - \frac{\epsilon_0^2 M(q)}{m\alpha_1(1 + \|\tilde{q}\|)^2} \right] [\zeta(\alpha_1, \tilde{q})]$ entre 2 para evitar saturar los servomotores.

3.1. Ecuación en lazo cerrado

A partir del modelo dinámico (1) y el control saturado (6) se obtiene la ecuación en lazo cerrado (11):

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{q} \\ \dot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dot{q} \\ M^{-1}(q) [K_p f_p(\tilde{q}) - K_v f_v(\dot{q}) + g(q) - C(q, \dot{q})\dot{q} - B\dot{q}] \end{bmatrix} \quad (11)$$

Tenga en cuenta que: $-\dot{q} = -I\dot{q} = \mathbf{0} \Leftrightarrow \dot{q} = \mathbf{0}$, entonces q es constante. Además $M(q) > 0 \Leftrightarrow M^{-1}(q) > 0$; también, $C(q, \dot{q}) = C(q, \dot{q})|_{\dot{q}=0} = \mathbf{0} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ y $B\dot{q} = \mathbf{0} \Leftrightarrow \dot{q} = \mathbf{0}$, $B > 0$. La acción de control derivativa $K_v f_v(\dot{q}) = \mathbf{0} \Leftrightarrow \dot{q} = \mathbf{0}$ y la acción de control proporcional $K_p f_p(\tilde{q}) = \mathbf{0} \Leftrightarrow \tilde{q} = \mathbf{0}$. Entonces (11) es cero solo en $\tilde{q} = \mathbf{0}$ y $\dot{q} = \mathbf{0}$; por lo tanto, queda demostrado que el punto de equilibrio existe y es único.

3.2. Función estricta de Lyapunov

La propuesta de función la candidata de Lyapunov se realiza siguiendo la filosofía de diseño de [11] y viene dada por la siguiente expresión:

$$V(\tilde{q}, \dot{q}) = \frac{1}{2} \dot{q}^T M(q) \dot{q} + \frac{1}{2m\alpha_1} [\zeta(\alpha_1, \tilde{q})]^T K_p [\zeta(\alpha_1, \tilde{q})] - \frac{1}{m\alpha_1} \frac{\epsilon_0}{1 + \|\tilde{q}\|} [\zeta(\alpha_1, \tilde{q})]^T M(q) \dot{q} \quad (12)$$

Por definición

$$\zeta(\alpha_1, \tilde{q}) = \begin{bmatrix} \sqrt{\ln(\cosh^{2m}(\alpha_1 \tilde{q}_1) \sinh^{2m}(\alpha_1 \tilde{q}_1) + 1)} \\ \vdots \\ \sqrt{\ln(\cosh^{2m}(\alpha_1 \tilde{q}_n) \sinh^{2m}(\alpha_1 \tilde{q}_n) + 1)} \end{bmatrix} = \sqrt{\ln(\cosh^{2m}(\alpha_1 \tilde{q}) \sinh^{2m}(\alpha_1 \tilde{q}) + 1)} \quad (13)$$

Observe que $\zeta(\alpha_1, \tilde{q}) \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ cumple con la siguiente propiedad:

Propiedad 7: Dada la norma euclidiana $\|\zeta(\alpha_1, \tilde{q})\|$, existe un $\gamma_m > 0$ tal que:

$$\|\zeta(\alpha_1, \tilde{q})\| \geq \gamma_m \|\tilde{q}\|^2 \quad (14)$$

La función candidata se puede reescribir como:

$$V(\tilde{q}, \dot{q}) = \frac{1}{2} \left[\dot{q} - \frac{\epsilon_0 [\zeta(\alpha_1, \tilde{q})]}{m\alpha_1(1 + \|\tilde{q}\|)} \right]^T M(q) \left[\dot{q} - \frac{\epsilon_0 [\zeta(\alpha_1, \tilde{q})]}{m\alpha_1(1 + \|\tilde{q}\|)} \right] - \frac{1}{2m\alpha_1} [\zeta(\alpha_1, \tilde{q})]^T \left[K_p - \frac{\epsilon_0^2 M(q)}{m\alpha_1(1 + \|\tilde{q}\|)^2} \right] [\zeta(\alpha_1, \tilde{q})] \quad (15)$$

tal que $\epsilon_0 \in \mathbb{R}_+$ está acotado por:

$$0 < \epsilon_0 < \sqrt{\frac{m\alpha_1 \lambda_{K_p}^{\min}}{\beta}} [1 + \|\tilde{q}\|] \quad (16)$$

Observe que la condición (16) es suficiente para que la función estricta de Lyapunov (12) sea definida positiva.

3.3. Derivada temporal de la función de Lyapunov

Derivando la función candidata de Lyapunov (12) se obtiene:

$$\dot{V} = \dot{q}^T M(q) \dot{q} + \frac{1}{2} \dot{q}^T \dot{M}(q) \dot{q} + \frac{1}{m\alpha_1} [\zeta(\alpha_1, \tilde{q})]^T K_p [\dot{\zeta}(\alpha_1, \tilde{q})] - \frac{\epsilon_0 [\zeta(\alpha_1, \tilde{q})]^T M(q) \ddot{q}}{m\alpha_1 [1 + \|\tilde{q}\|]} - \frac{\epsilon_0 [\zeta(\alpha_1, \tilde{q})]^T \dot{M}(q) \dot{q}}{m\alpha_1 [1 + \|\tilde{q}\|]} \quad (17)$$

$$+ \frac{\epsilon_0 [\zeta(\alpha_1, \tilde{q})]^T \mathbf{M}(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}}}{m\alpha_1 [1 + \|\tilde{\mathbf{q}}\|]} + \frac{\epsilon_0 \tilde{\mathbf{q}}^T \dot{\mathbf{q}} [\zeta(\alpha_1, \tilde{q})]^T \mathbf{M}(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}}}{m\alpha_1 \|\tilde{\mathbf{q}}\| [1 + \|\tilde{\mathbf{q}}\|]^2}$$

donde $\dot{V} = \dot{V}(\tilde{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}})$ y la derivada $\zeta(\alpha_1, \tilde{q})$ se define como:

$$\zeta(\alpha_1, \tilde{q}) = \begin{bmatrix} \frac{\cosh^{2m}(\alpha_1 \tilde{q}_1) \sinh^{2m}(\alpha_1 \tilde{q}_1)}{\cosh^{2m}(\alpha_1 \tilde{q}_1) \sinh^{2m}(\alpha_1 \tilde{q}_1) + 1} \\ \frac{[\coth(\alpha_1 \tilde{q}_1) + \tanh(\alpha_1 \tilde{q}_1)] \tilde{q}_1}{\sqrt{\ln(\cosh^{2m}(\alpha_1 \tilde{q}_1) \sinh^{2m}(\alpha_1 \tilde{q}_1) + 1)}} \\ \vdots \\ \frac{\cosh^{2m}(\alpha_1 \tilde{q}_n) \sinh^{2m}(\alpha_1 \tilde{q}_n)}{\cosh^{2m}(\alpha_1 \tilde{q}_n) \sinh^{2m}(\alpha_1 \tilde{q}_n) + 1} \\ \frac{[\coth(\alpha_1 \tilde{q}_n) + \tanh(\alpha_1 \tilde{q}_n)] \tilde{q}_n}{\sqrt{\ln(\cosh^{2m}(\alpha_1 \tilde{q}_n) \sinh^{2m}(\alpha_1 \tilde{q}_n) + 1)}} \end{bmatrix} \quad (18)$$

tenga en cuenta que $\zeta(\alpha_1, \tilde{q}) \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ cumple con la siguiente propiedad:

Propiedad 8: La norma euclidiana $\|\zeta(\alpha_1, \tilde{q})\|$ satisface que:

$$\|\zeta(\alpha_1, \tilde{q})\| \geq \sqrt{n} \|\dot{\mathbf{q}}\| \quad (19)$$

Resolviendo (20) y usando la Propiedad 1 (de antisimetría) y Propiedad 2, se tiene:

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -\dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{K}_v [\mathbf{f}_v(\dot{\mathbf{q}})] - \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{B} \dot{\mathbf{q}} \\ & - \frac{\epsilon_0}{m\alpha_1 [1 + \|\tilde{\mathbf{q}}\|]} [\zeta(\alpha_1, \tilde{q})]^T \mathbf{K}_p \mathbf{f}_p(\tilde{q}) \\ & + \frac{\epsilon_0}{m\alpha_1 [1 + \|\tilde{\mathbf{q}}\|]} [\zeta(\alpha_1, \tilde{q})]^T \mathbf{K}_v \mathbf{f}_v(\dot{\mathbf{q}}) \\ & - \frac{\epsilon_0}{m\alpha_1 [1 + \|\tilde{\mathbf{q}}\|]} [\zeta(\alpha_1, \tilde{q})]^T \mathbf{C}^T(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{q}} \\ & + \frac{\epsilon_0}{m\alpha_1 [1 + \|\tilde{\mathbf{q}}\|]} [\zeta(\alpha_1, \tilde{q})]^T \mathbf{B} \dot{\mathbf{q}} \\ & + \frac{\epsilon_0}{[1 + \|\tilde{\mathbf{q}}\|]} [\zeta(\alpha_1, \tilde{q})]^T \mathbf{M}(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} \\ & + \frac{\epsilon_0 \tilde{\mathbf{q}}^T \dot{\mathbf{q}}}{m\alpha_1 \|\tilde{\mathbf{q}}\| [1 + \|\tilde{\mathbf{q}}\|]^2} [\zeta(\alpha_1, \tilde{q})]^T \mathbf{M}(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} \end{aligned} \quad (20)$$

luego, empleando las Propiedades 4, 6, 7 y 8 obtenemos:

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & -\lambda_{K_v}^{min} \gamma_v \sqrt{n} \|\dot{\mathbf{q}}\|^2 - \lambda_B^{min} \|\dot{\mathbf{q}}\|^2 \\ & - \frac{\epsilon_0}{m\alpha_1 [1 + \|\tilde{\mathbf{q}}\|]} \lambda_{K_p}^{min} \gamma_m \gamma_p \sqrt{n} \|\tilde{\mathbf{q}}\|^2 \\ & + \frac{\epsilon_0}{m\alpha_1 [1 + \|\tilde{\mathbf{q}}\|]} \lambda_{K_v}^{max} \gamma_m \gamma_v \sqrt{n} \|\tilde{\mathbf{q}}\| \|\dot{\mathbf{q}}\| \\ & - \frac{\epsilon_0}{m\alpha_1 [1 + \|\tilde{\mathbf{q}}\|]} k_{c_1} \gamma_m \|\tilde{\mathbf{q}}\| \|\dot{\mathbf{q}}\| \\ & + \frac{\epsilon_0}{m\alpha_1 [1 + \|\tilde{\mathbf{q}}\|]} \lambda_B^{max} \gamma_m \sqrt{n} \|\tilde{\mathbf{q}}\| \|\dot{\mathbf{q}}\| \end{aligned} \quad (21)$$

$$+ \frac{\epsilon_0}{[1 + \|\tilde{\mathbf{q}}\|]} \beta \sqrt{n} \|\dot{\mathbf{q}}\|^2 + \frac{\epsilon_0}{m\alpha_1} \gamma_m \beta \|\dot{\mathbf{q}}\|^2$$

observe que (16) se puede reescribir como:

$$\begin{aligned} \dot{V} & \leq - \begin{bmatrix} \|\tilde{\mathbf{q}}\| \\ \|\dot{\mathbf{q}}\| \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \|\tilde{\mathbf{q}}\| \\ \|\dot{\mathbf{q}}\| \end{bmatrix} \\ & = - \begin{bmatrix} \|\tilde{\mathbf{q}}\| \\ \|\dot{\mathbf{q}}\| \end{bmatrix}^T \mathbf{Q} \begin{bmatrix} \|\tilde{\mathbf{q}}\| \\ \|\dot{\mathbf{q}}\| \end{bmatrix}; \quad \mathbf{Q} > 0 \in \mathbb{R}^{2 \times 2} \end{aligned} \quad (22)$$

donde:

$$a = \frac{\epsilon_0}{m\alpha_1 [1 + \|\tilde{\mathbf{q}}\|]} \lambda_{K_p}^{min} \gamma_m \gamma_p \sqrt{n} \quad (23)$$

$$b = c = -\frac{1}{2} \left[\frac{\epsilon_0}{m\alpha_1 [1 + \|\tilde{\mathbf{q}}\|]} \lambda_{K_v}^{max} \gamma_m \gamma_v \sqrt{n} - \frac{\epsilon_0}{m\alpha_1 [1 + \|\tilde{\mathbf{q}}\|]} k_{c_1} \gamma_m + \frac{\epsilon_0}{m\alpha_1 [1 + \|\tilde{\mathbf{q}}\|]} \lambda_B^{max} \gamma_m \sqrt{n} \right] \quad (24)$$

$$d = \lambda_{K_v}^{min} \gamma_v \sqrt{n} + \lambda_B^{min} - \frac{\epsilon_0}{[1 + \|\tilde{\mathbf{q}}\|]} \beta \sqrt{n} - \frac{\epsilon_0}{m\alpha_1} \gamma_m \beta \quad (25)$$

La elección de ϵ_0 está en función de satisfacer (16) y además $\det(\mathbf{Q}) > 0$ de manera simultánea, obtener su valor numérico no es necesario para la familia de algoritmos de control saturado y sólo es necesario para propósitos de la demostración de estabilidad asintótica del punto de equilibrio del sistema en lazo cerrado en el espacio de estados. Por lo tanto, se concluye que el punto de equilibrio tiene estabilidad asintótica y global, es decir:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{q}} \\ \dot{\mathbf{q}} \end{bmatrix} = \mathbf{0} \in \mathbb{R}^{2n \times 1} \quad (26)$$

4. RESULTADOS

Con la finalidad de evaluar el desempeño del algoritmo de control (5) se han realizado simulaciones en **MATLAB** considerando un caso particular. El análisis consiste en implementar el modelo dinámico numérico, disponible en [10], del robot manipulador de 2 grados de libertad (ver Figura 3) y el algoritmo de control (6) en **MATLAB**. Luego, empleando (5) se procede a mover el robot desde la posición de casa $[0^\circ, 0^\circ]^T$ a una posición deseada $[45^\circ, 90^\circ]^T$. Finalmente se ejecuta la simulación empleando *ode45*() y se evalúa la respuesta.



Figura 3 Robot direct drive BUAP

Articulación	Modelo	Par máx	Resolución
Hombro	DM-1150	150 [Nm]	1024.0
Codo	DM-1050	15 [Nm]	1024.0

Tabla 1 Características de los servomotores

Hay que tener en cuenta que el modelo dinámico numérico [10] utilizado en la simulación corresponde a un robot real, el cual tiene algunas especificaciones importantes como los que se observan en la Tabla 1. Los parámetros del controlador saturado propuesto en este trabajo han sido configurados con los siguientes valores numéricos:

$$\mathbf{K}_p = \begin{bmatrix} k_{p1} & 0 \\ 0 & k_{p2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{150 \times 0.8}{2} & 0 \\ 0 & \frac{15 \times 0.8}{2} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}_v = \begin{bmatrix} 0.653k_{p1} & 0 \\ 0 & 0.866k_{p2} \end{bmatrix}$$

$$\alpha_1 = 2.5$$

$$\alpha_2 = 1.0$$

$$m = 1$$

El algoritmo de control propuesto permite configurar la rapidez con la que el algoritmo responde a los cambios en el error y la velocidad articular mediante los parámetros α_1 y α_2 representando una ventaja.

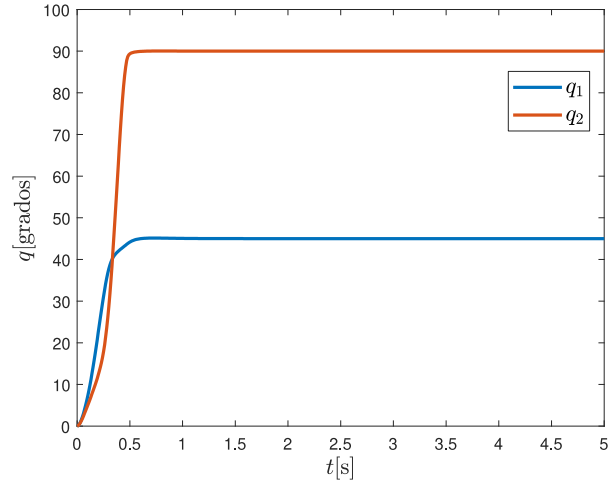


Figura 4. Posición articular del robot.

En la Figura 4, se muestran los errores de posición presentes en el robot manipulador de 2 grados de libertad. No se observan sobre impulsos y ambos servomotores alcanzan una posición estable aproximadamente a los 0.6s con valores de $q_1 = 45.03^\circ$ y $q_2 = 89.95^\circ$. Tenga en cuenta que luego de $t = 0.75s$ se llega asintóticamente a las posiciones deseadas $\mathbf{q} = [45^\circ, 90^\circ]^T$.

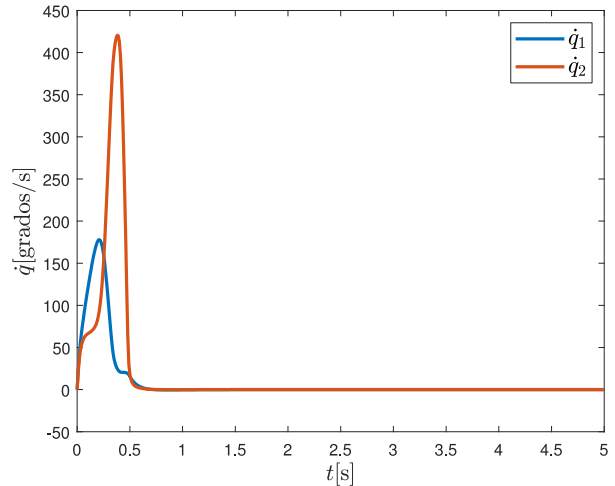


Figura 5. Velocidad articular del robot.

La Figura 5 muestra como la velocidad en el primer eslabón alcanza un valor máximo en aproximadamente $t = 0.3s$ y luego decrece hasta entrar al estado estacionario. Se observa que luego de $t = 0.6s$ las velocidades \dot{q}_1 y \dot{q}_2 son prácticamente cero.

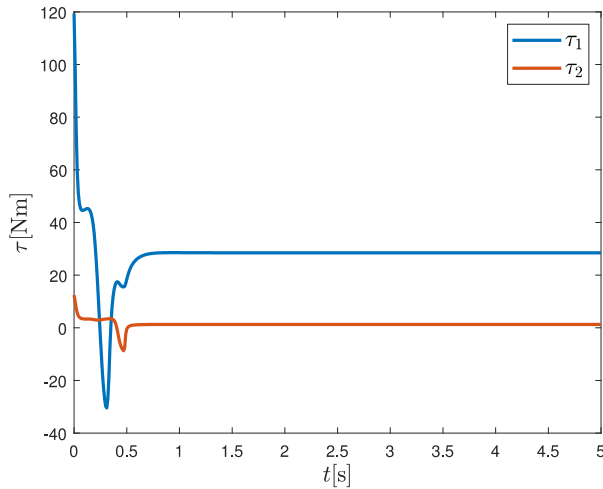


Figura 6. Pares aplicados a los servomotores del robot.

La Figura 6 muestra la energía suministrada al robot manipulador. El valor máximo del par ocurre al inicio, en $t = 0s$, con un valor de $120[Nm]$ y $12[Nm]$ para la primera y segunda articulación respectivamente; es importante observar que esto corresponde al 80% del valor máximo del torque permitido. Es importante observar que los límites físicos no son superados, esto se debe a una correcta sintonía de las ganancias de manera empírica; es decir no está sustentada bajo ningún método científico.

5. CONCLUSIONES

En este artículo, hemos presentado un nuevo de algoritmo de control saturado, conformado por funciones hiperbólicas, aplicado al control de posición. En las simulaciones se observa que cuando los parámetros α_1 y α_2 aumentan, el controlador tiene un estado transitorio más corto y error en estado estacionario de cero, esta característica se debe a las componentes hiperbólicas presentes en la estructura del control saturado. Nuestra propuesta está respaldada por un riguroso

análisis de estabilidad mediante la propuesta de una función estricta de Lyapunov que permite establecer las condiciones para asegurar estabilidad asintótica y global del punto de equilibrio. El no realizar la sintonía de las ganancias mediante algún método científico puede afectar el desempeño del algoritmo de control; sin embargo, se han obtenidos resultados positivos en las simulaciones mostrando convergencia asintótica.

REFERENCIAS

- [1] B. Siciliano and O. Khatib, "Robotics and the handbook," in Springer Handbook of Robotics (B. Siciliano and O. Khatib, eds.), pp. 1–6, Cham: Springer International Publishing, 2016.
- [2] F. Reyes-Cortés, O. Felix, J. Cid, and G. Alonso-Aruffo, "A family of hyperbolic-type control schemes for robot manipulators," *Kybernetika*, vol. 55, no. 3, pp. 561–585, 2019.
- [3] R. F., "A family of hyperbolic-type explicit force regulators with active velocity damping for robot manipulators," *J Robot*, vol. 2018, p. 1, 2018.
- [4] B. Sanchez García, F. Reyes Cortés, B. Al-Hadithi, and O. Felix, "Global saturated regulator with variable gains for robot manipulators," *Journal of Robotics and Control (JRC)*, vol. 2, no. 6, pp. 571–581, 2021.
- [5] M. Takegaki and S. Arimoto, "A new feedback method for dynamic control of manipulators," *Journal of Dynamic Systems Measurement and Control transactions of The Asme*, vol. 103, pp. 119–125, 1981.
- [6] G. Chen, W. Zhang, X. Li, and B. Yu, "Adaptive speed control method for electromagnetic direct drive vehicle robot driver based on fuzzy logic," *Measurement and Control*, vol. 52, pp. 1344–1353, October 2019.
- [7] M. H. Khamsehei Fadaei, S. Ghasem, A. Zalaghi, and Z. Torkani, "Design of model reference adaptive control for a 4-dof serial manipulator," *5th Conference on Knowledge Based Engineering and Innovation (KBIE)*, pp. 108–112, 2019.
- [8] T. L. V., S. Huang, Y. V. T., and P. Cuong, "Adaptive trajectory neural network tracking control for industrial robot manipulators with deadzone robust compensator," *International Journal of Control, Automation and Systems*, vol. 18, pp. 2423–2434, 2020.
- [9] R. Kelly and V. Santibáñez, *Control de Movimiento de Robots Manipuladores*. Madrid, España: Pearson Educación, S. A., 2003.
- [10] F. Reyes Cortés, *Control de Robots Manipuladores*. México DF, México: Grupo Editorial Alfaomega, 2011.
- [11] F. Reyes-Cortés and B. M. Al-Hadithi, "An asinh-type regulator for robot manipulators with global asymptotic stability," *Automatika*, vol. 61, no. 4, pp. 574–586, 2020